

# Matemáticas



**TABLA DE ESPECIFICACIONES DE HABILIDADES Y CONOCIMIENTOS QUE SE MEDIRÁN EN LAS PRUEBAS DE CERTIFICACIÓN DE LOS PROGRAMAS:**

- ◆ BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE
- ◆ BACHILLERATO DE EDUCACIÓN DIVERSIFICADA A DISTANCIA

Este documento está elaborado con base en los programas de estudio del Ministerio de Educación Pública 2012, consta de habilidades generales, habilidades específicas, conocimientos y distribución de ítems. Es una guía para los postulantes de los programas Bachillerato por Madurez Suficiente (BXM) y Bachillerato de Educación Diversificada a Distancia (EDAD) de educación abierta.

**Rige a partir de la convocatoria 01-2016**

**DISTRIBUCIÓN SEGÚN HABILIDADES GENERALES**  
(pruebas del nivel de bachillerato y prueba comprensiva)

**ÁREA 1: GEOMETRÍA. 23 ÍTEMS**

**Habilidad 1: Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Geometría Analítica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Circunferencia               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Centro</li> <li>- Radio</li> </ul> </li> </ul>	1.1 Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.2 Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones. 1.3 Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o en el exterior de una circunferencia.

**Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Geometría Analítica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Circunferencia               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Centro</li> <li>- Radio</li> </ul> </li> <li>- Recta secante</li> <li>- Recta tangente</li> <li>• Recta exterior</li> <li>• Rectas paralelas</li> <li>• Rectas perpendiculares</li> </ul>	2.1 Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia. 2.2 Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia. 2.3 Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad. 2.4 Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia.

**Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Geometría Analítica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Circunferencia               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Centro</li> <li>- Radio</li> </ul> </li> </ul>	3.1 Aplicar traslaciones a una circunferencia.

#### Habilidad 4: Calcular áreas y perímetros de polígonos.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Polígonos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lado</li> <li>• Radio</li> <li>• Apotema</li> <li>• Ángulo central</li> <li>• Ángulo interno</li> <li>• Ángulo externo</li> <li>• Diagonal</li> <li>• Perímetro</li> <li>• Área</li> <li>• Relaciones métricas</li> </ul>	4.1 Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos. 4.2 Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos. 4.3 Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos. 4.4 Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares. 4.5 Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.

#### Habilidad 5: Identificar simetrías.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Geometría Analítica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Simetría axial</li> <li>• Imagen</li> <li>• Preimagen</li> </ul>	5.1 Determinar ejes de simetría en figuras simétricas. 5.2 Identificar elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial. 5.3 Resolver problemas relacionados con la simetría axial.

#### Habilidad 6: Aplicar e identificar diversas transformaciones en el plano a figuras geométricas.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Transformaciones en el plano</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Traslaciones</li> <li>• Reflexiones</li> <li>• Homotecias</li> <li>• Rotaciones</li> </ul>	6.1 Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas. 6.2 Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones. 6.3 Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación. 6.4 Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.

### Habilidad 7: Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Visualización espacial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esfera</li> <li>• Cilindro circular recto</li> <li>• Base</li> <li>• Superficie lateral</li> <li>• Radio</li> <li>• Diámetro</li> <li>• Sección plana</li> <li>• Elipse</li> <li>• Cono circular recto</li> <li>• Vértice</li> <li>• Parábola</li> <li>• Hipérbola</li> </ul>	<p>7.1 Identificar el radio y el diámetro de una esfera.            7.2 Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto.            7.3 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas.            7.4 Reconocer elipses en diferentes contextos.            7.5 Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.            7.6 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto y características métricas de ellas.            7.7 Reconocer elipses, parábolas e hipérbolas en diferentes contextos.            7.8 Plantear y resolver problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.</p>

**ÁREA 2: RELACIONES Y ÁLGEBRA. 21 ÍTEMS**

**Habilidad 1. Utilizar elementos del lenguaje de los conjuntos numéricos para representar dominio y rango de funciones, así como el conjunto solución de ecuaciones.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Conjuntos numéricos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unión</li> <li>• Intersección</li> <li>• Pertenencia</li> <li>• Subconjunto</li> <li>• Complemento</li> <li>• Intervalos.</li> </ul>	1.1 Analizar subconjuntos de los números reales. 1.2 Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto. 1.3 Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión. 1.4 Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos. 1.5 Determinar el complemento de un conjunto numérico dado.

**Habilidad 2. Aplicar el concepto de función en diversas situaciones.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<b>Funciones</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de función y de gráfica de una función</li> <li>• Elementos para el análisis de una función</li> <li>- Dominio</li> <li>- Imagen</li> <li>- Preimagen</li> <li>- Ámbito</li> <li>- Inyectividad</li> <li>- Crecimiento</li> <li>- Decrecimiento</li> <li>- Ceros</li> <li>- Máximo y Mínimo</li> <li>- Análisis de gráficas de funciones</li> <li>• Composición de funciones</li> <li>• Función lineal</li> <li>• Función cuadrática</li> </ul> <b>Funciones inversas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inversa de la función lineal</li> <li>• Función raíz cuadrada</li> </ul>	2.1 Identificar si una relación dada en forma tabular, simbólica o gráfica corresponde a una función. 2.2 Evaluar el valor de una función dada en forma gráfica o algebraica, en distintos puntos de su dominio. 2.3 Calcular la composición de dos funciones. 2.4 Identificar las condiciones para que una función tenga inversa. 2.5 Relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa. 2.6 Determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa. 2.7 Determinar y graficar la función inversa de $f(x) = mx + b$ , $m \neq 0$ . 2.8 Analizar gráfica y algebraicamente la función con criterio dado por $f(x) = a\sqrt{x+b} + c$ .

**Habilidad 3. Utilizar distintas representaciones de algunas funciones algebraicas y trascendentes.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Funciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de función y de gráfica de una función</li> <li>• Elementos para el análisis de una función               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dominio</li> <li>- Imagen</li> <li>- Preimagen</li> <li>- Ámbito</li> <li>- Inyectividad</li> <li>- Crecimiento</li> <li>- Decrecimiento</li> <li>- Ceros</li> <li>- Máximo y Mínimo</li> <li>- Análisis de gráficas de funciones                   <ul style="list-style-type: none"> <li>• Función lineal</li> <li>• Función cuadrática</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> <p><b>Funciones exponenciales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La función <math>a^x</math></li> </ul> <p><b>Funciones logarítmicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La función <math>\log_a x</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>3.1 Analizar una función a partir de sus representaciones.</li> <li>3.2 Representar gráficamente una función lineal.</li> <li>3.3 Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica.</li> <li>3.4 Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella.</li> <li>3.5 Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, <math>a \neq 0</math>.</li> <li>3.6 Relacionar la representación gráfica con la algebraica.</li> <li>3.7 Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales.</li> <li>3.8 Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial.</li> <li>3.9 Analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas.</li> </ul>

**Habilidad 4. Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Funciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos para el análisis de una función</li> <li>- Dominio</li> <li>- Imagen</li> <li>- Preimagen</li> <li>- Ámbito</li> <li>- Inyectividad</li> <li>- Crecimiento</li> <li>- Decrecimiento</li> <li>- Ceros</li> <li>- Máximo y Mínimo</li> <li>- Análisis de gráficas de funciones</li> <li>• Función lineal</li> <li>• Función cuadrática</li> </ul> <p><b>Sistemas de ecuaciones lineales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas</li> </ul> <p><b>Funciones exponenciales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La función <math>a^x</math></li> <li>• Ecuaciones exponenciales</li> </ul> <p><b>Funciones logarítmicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La función <math>\log_a x</math></li> <li>• Ecuaciones logarítmicas</li> </ul> <p><b>Funciones inversas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inversa de la función lineal</li> <li>• Función raíz cuadrada</li> </ul> <p><b>Funciones y modelización</b></p>	<p>4.1 Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas.</p> <p>4.2 Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>4.3 Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.</p> <p>4.4 Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones exponenciales.</p> <p>4.5 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales.</p> <p>4.6 Aplicar propiedades de los logaritmos para simplificar expresiones algebraicas.</p> <p>4.7 Resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones logarítmicas.</p> <p>4.8 Utilizar logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales de la forma <math>a^{f(x)} = b^{g(x)}</math>, a, b números reales positivos y distintos de 1, f, g polinomios de grado menor que 3.</p> <p>4.9 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas.</p> <p>4.10 Analizar el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada (lineal, cuadrática, raíz cuadrada, logarítmica y exponencial).</p>

**ÁREA 3: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. 16 ÍTEMS**

**Habilidad 1. Valorar la importancia de las medidas de resumen (posición) para el análisis de la información estadística. Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Medidas de posición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Moda</li> <li>• Media aritmética</li> <li>• Mediana</li> <li>• Cuartiles</li> <li>• Extremos</li> <li>- Máximo</li> <li>- Mínimo</li> </ul> <p><b>Media aritmética Ponderada</b></p>	<p>1.1 Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.</p> <p>1.2 Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.</p> <p>1.3 Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos.</p> <p>1.4 Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí.</p> <p>1.5 Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.</p>

**Habilidad 2. Valorar la importancia de las medidas de resumen (variabilidad) para el análisis de la información estadística. Utilizar las principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de los datos.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Medidas de variabilidad</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorrido</li> <li>• Recorrido intercuartílico</li> <li>• Variancia</li> <li>• Desviación estándar</li> </ul>	<p>2.1 Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuartílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan.</p> <p>2.2 Emplear la calculadora o la computadora para simplificar los cálculos matemáticos en la determinación de las medidas de variabilidad.</p>



<b>Habilidad 3. Utilizar diferentes representaciones para analizar la posición y variabilidad de un conjunto de datos.</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades Específicas</b>
<p><b>Medidas de variabilidad</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorrido</li> <li>• Recorrido intercuartílico</li> <li>• Variancia</li> <li>• Desviación estándar</li> </ul> <p><b>Representación gráfica</b> Diagrama de cajas</p>	<p>3.1 Utilizar diagramas de cajas para comparar la posición y la variabilidad de dos grupos de datos.</p>

<b>Habilidad 4. Analizar la importancia del uso de medidas relativas de tendencia central y variabilidad dentro de los análisis comparativos de información.</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades Específicas</b>
<p><b>Medidas relativas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posición relativa: estandarización</li> <li>• Variabilidad relativa</li> <li>- El coeficiente de variación</li> </ul>	<p>4.1 Aplicar estandarización y el coeficiente de variación para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos.</p>

### Habilidad 5. Utilizar las probabilidades y las medidas estadísticas para favorecer la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Eventos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones entre eventos</li> <li>- Unión <math>\cup</math></li> <li>- Intersección <math>\cap</math></li> <li>- Complemento</li> <li>• Eventos mutuamente excluyentes</li> </ul> <p><b>Medidas de variabilidad</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorrido</li> <li>• Recorrido intercuartílico</li> <li>• Variancia</li> <li>• Desviación estándar</li> </ul>	<p>5.1 Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión “<math>\cup</math>”, intersección “<math>\cap</math>” y “complemento” e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio.</p> <p>5.2 Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos</p> <p>5.3 Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.</p> <p>5.4 Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.</p>

### Habilidad 6. Emplear las propiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Probabilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reglas básicas de las probabilidades:</li> <li>- <math>0 \leq P(A) \leq 1</math>, para todo evento A</li> <li>- Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0</li> <li>- <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math> para eventos A y B mutuamente excluyentes</li> <li>• Otras Propiedades</li> <li>- Probabilidad de la unión: <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math></li> <li>- Probabilidad del complemento: <math>P(A^c) = 1 - P(A)</math></li> </ul>	<p>6.1. Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.</p> <p>6.2. Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento.</p>

**Habilidad 7. Resolver problemas vinculados con el análisis de datos y el manejo de la aleatoriedad dentro del contexto estudiantil.**

Conocimientos	Habilidades Específicas
<p><b>Representaciones tabulares y gráficas.</b></p> <p><b>Probabilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reglas básicas de las probabilidades:           <ul style="list-style-type: none"> <li><math>0 \leq P(A) \leq 1</math>, para todo evento A</li> <li>Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0</li> <li><math>P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math> para eventos A y B mutuamente excluyentes</li> </ul> </li> <li>Otras Propiedades           <ul style="list-style-type: none"> <li>Probabilidad de la unión:  <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math></li> <li>Probabilidad del complemento:  <math>P(A^c) = 1 - P(A)</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>7.1 Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas o tabulares para el análisis de datos cualitativos y favorecer la resolución de problemas vinculados con diversas áreas.</p> <p>7.2 Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.</p> <p>7.3 Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p>
	<p><b>TOTAL</b>      <b>60 ÍTEMS</b></p>

**ANEXO # 1**  
**INDICACIONES ESPECÍFICAS PARA LA PRUEBA**

1. Cuando se establezcan equivalencias o resultados que involucren radicales de índice par, el subradical representará números positivos.
2. Cuando se pregunte por un resultado aproximado, las opciones se presentarán ya sea con redondeo al décimo más cercano o al centésimo más cercano. Asimismo, cuando se requiera use 3,14 como aproximación de  $\pi$  y 2,72 como aproximación de  $e$ .
3. Las ecuaciones deben resolverse en IR.
4. Las expresiones algebraicas, exponenciales y logarítmicas que aparecen en esta prueba, se suponen bien definidas, por lo tanto, las restricciones necesarias en cada caso no se escriben.
5. Las funciones de la prueba son funciones reales de variable real, consideradas en su dominio máximo.
6. Los dibujos no necesariamente están hechos a escala. La figura trata solamente de ilustrar las condiciones del problema.
7. En las gráficas de funciones, las puntas de flecha indican el sentido positivo de los ejes.

### FÓRMULAS

Fórmula de Herón (s : semiperímetro, a, b y c son las medidas de los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$
Ecuación de la circunferencia con centro en c(a,b) y radio r.	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Distancia "d" entre dos puntos.	$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Polígonos regulares	
<b>Suma de las medidas de los ángulos internos</b> s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	$s = 180^\circ(n - 2)$
<b>Medida de un ángulo interno</b> i: ángulo interno n: número de lados del polígono	$m \angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$
<b>Medida del ángulo central</b> n: número de lados del polígono, c: ángulo central	$m \angle c = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Medida de un ángulo externo</b> n: número de lados del polígono e: ángulo externo	$m \angle e = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Número de diagonales</b> D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = \frac{n(n - 3)}{2}$
<b>Área</b> P: perímetro, a: apotema	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Simbología	Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular
r radio	$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$	$l = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	$a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
d diagonal			
a apotema			
l lado			
h altura	$a = \frac{h}{3}$		

### ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

<i>Figura</i>	<i>Área total</i>
Cubo	$A_T = 6a^2$
Pirámide	$A_T = A_B + A_L$
Prisma	$A_T = A_B + A_L$
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$
Cono (circular recto)	$A_T = \pi r(r + g)$
Cilindro (circular recto)	$A_T = 2\pi r(r + h)$

<b>Simbología</b>			
h : altura	a : arista	$A_L$ : área lateral	g : generatriz
$A_b$ : área de la base	r : radio	$A_B$ : área basal	$A_T$ : área total